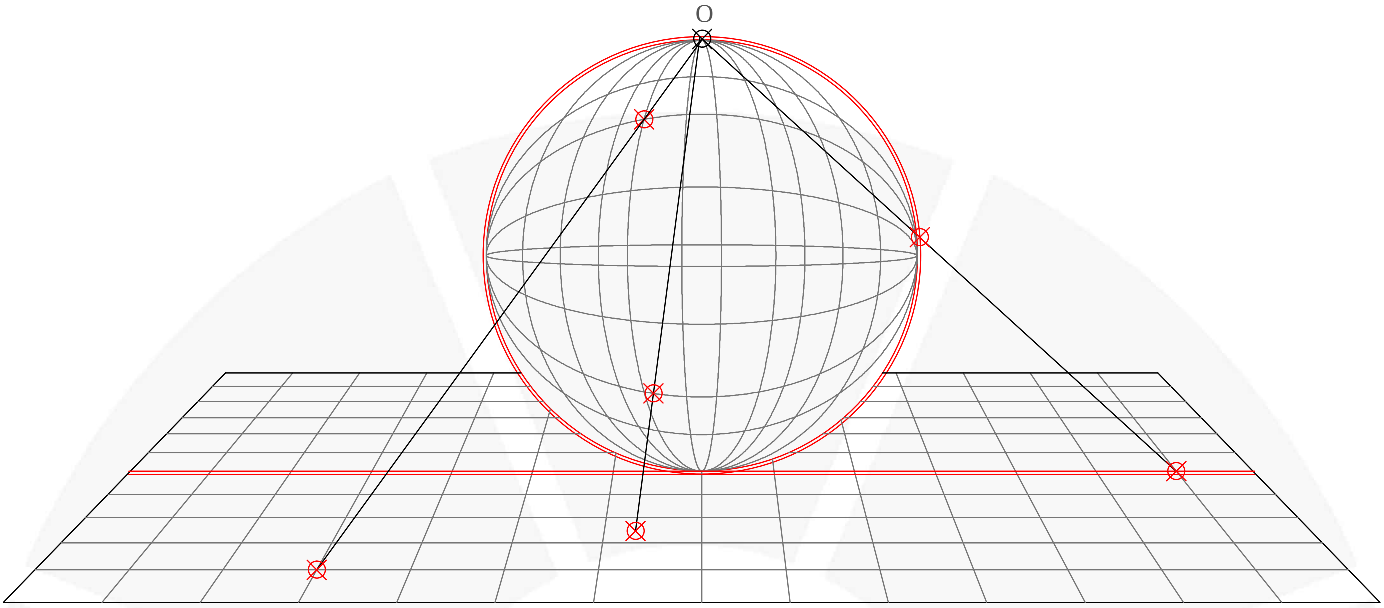
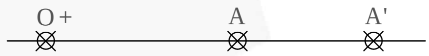
GEOMETRÍA INVERSIÓN

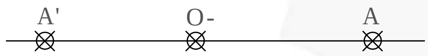
La INVERSIÓN es una transformación geométrica anamórfica.
En la que los puntos y circunferencias de una esfera tienen su "alter ego" sobre el plano.



La inversión es una transformación basada en una constante.
La denominada: POTENCIA DE INVERSIÓN

Según la inversión, un centro todo punto y su inverso se alinean con el centro de inversión O:
- Si es inversión positiva: los dos puntos quedarán al mismo lado y O en un extremo
- Si es inversión negativa: los puntos quedarán a los lados de O situándose este en el centro.

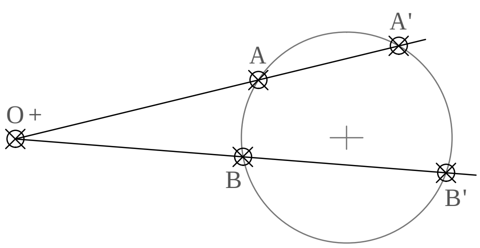


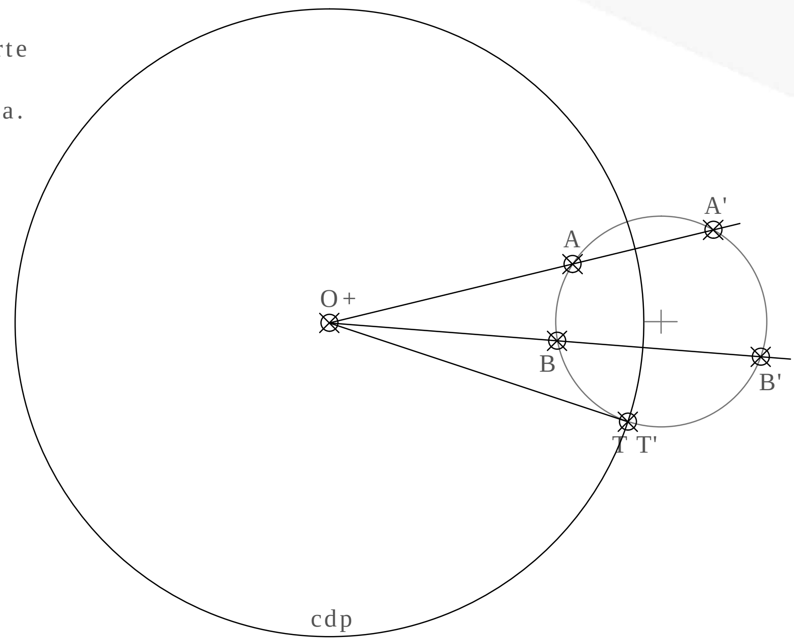


PROPIEDAD BÁSICA de la inversión:

Dos puntos y sus inversos siempre forman parte del trazado de una circunferencia.
Por lo que se produce una igualdad de potencia.

OA x OA' = OB x OB' = K



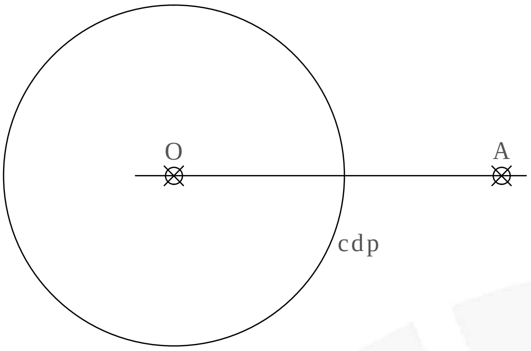


Esta K es la potencia de inversión
La tangente desde O será un punto doble T-T'
$K = OT^2$

Por tanto, T-T' Será el que nos facilite la circunfenrecia de puntos dobles: CPD

Circunferencia de puntos dobles = circunferencia de autoinversión = círculo director

Si tenemos el centro O, un punto A y la circunferencia de puntos dobles; podemos buscar el inverso positivo de A mediante el trazado de la recta polar.

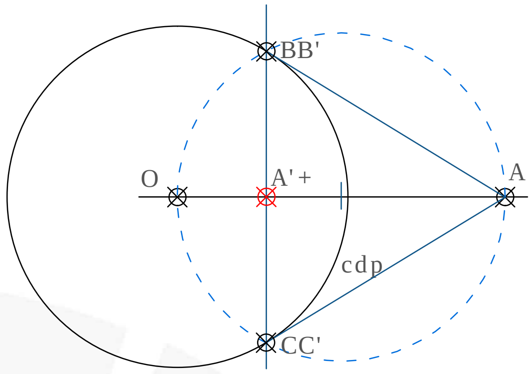


SOLUCIÓN:

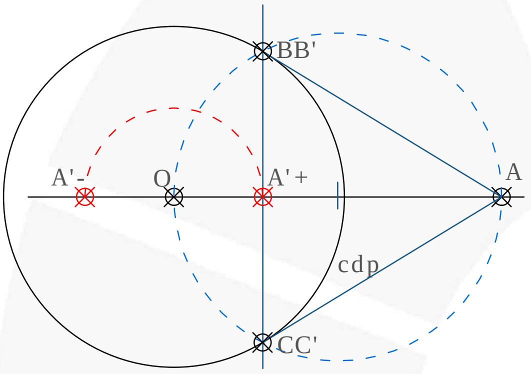
Buscamos los puntos de tangencia desde A a la cdp.

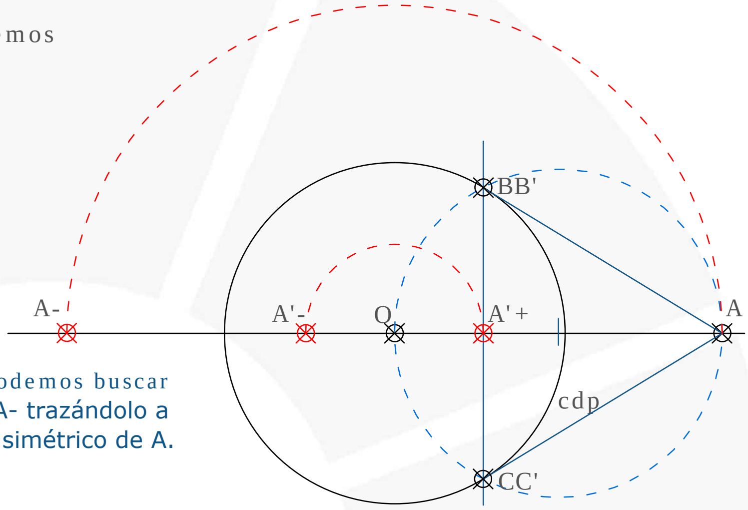
Unimos los puntos dobles BB' y CC' y trazamos la polar

En el corte de la polar con la recta OA está A'



Si queremos localizar el inverso negativo de A, sabemos que estará al otro lado de O de forma simétrica:



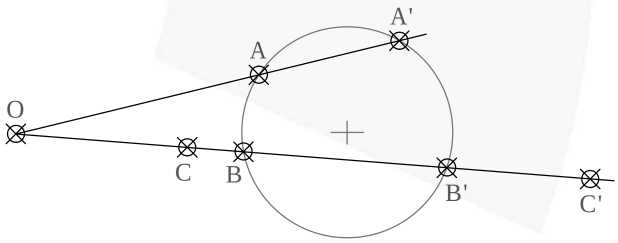


Incluso podemos buscar el punto A- trazándolo a partir del simétrico de A.

PUNTOS | RECTAS | CIRCUNFENRECIAS

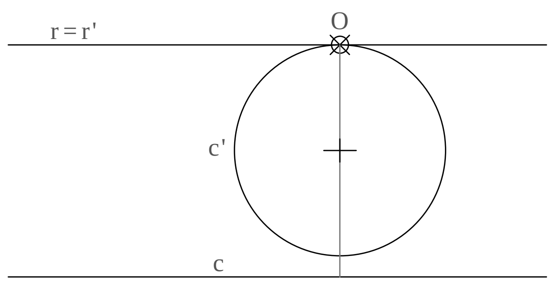
PUNTOS

- 4 PUNTOS no alineados forman parte de una circunferencia
- 4 PUNTOS alineados se quedan en la recta que parte de O



RECTAS

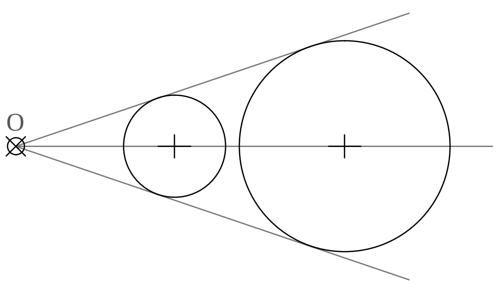
- Cualquier recta que pase por O su inversa es también una recta colocada sobre si misma
- Cualquier recta que no pase por O, su inversa en una circunferencia que pasa por O y tendrá el centro en la recta perpendicular desde O a r.



CIRCUNFERENCIAS

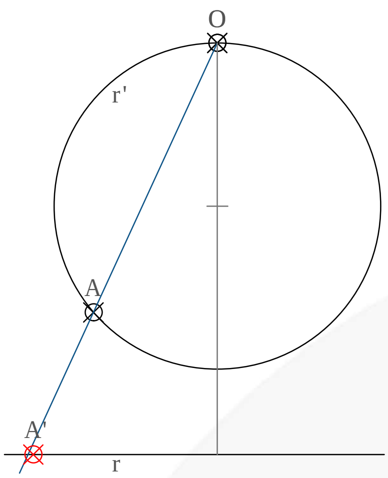
- La inversa de una circunferencia que pasa por O es una recta perpendicular a la unión de O y C (centro de circunf)
- La inversa de una circunferencia que NO pasa por O es otra circunfenrencia homotética.
  - · Centros alineados con O
  - · Rectas tangentes confluyen en el centro O

Ojo! los centros C1 y C2 no son inversos



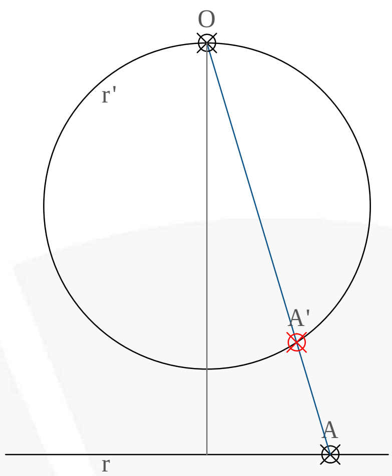
ESQUEMA DE INVERSIÓN POSITIVA

Dado en los tres casos r, r', O y A. Encuentra el punto A'



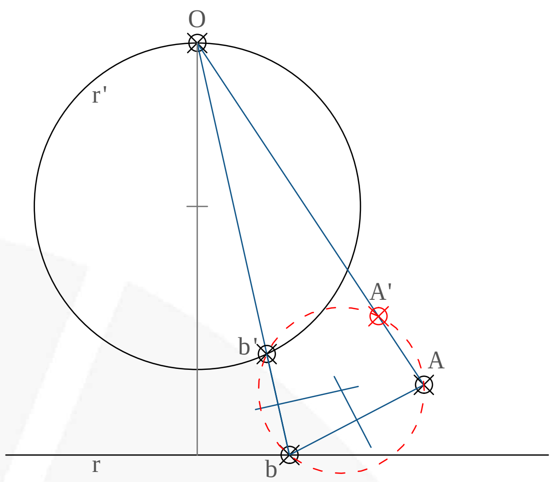
Dado el punto A sobre r'

Encontraremos A' sobre r en la extensión de la recta OA



Dado el punto A sobre r

Encontraremos A' en el corte de la recta OA con r'

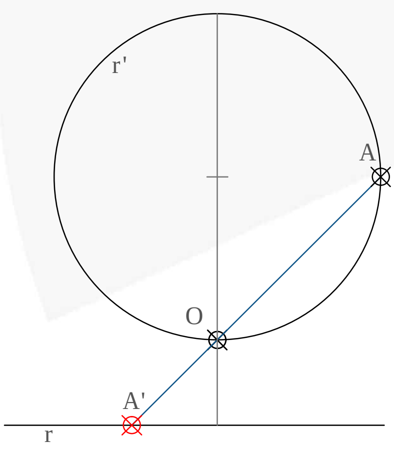


Dado el punto A externo

Necesitaremos dos puntos cualquiera inversos auxiliares B y B'
Trazamos la circunferencia que pasa por A, B y B' y encontramos A' sobre la recta OA

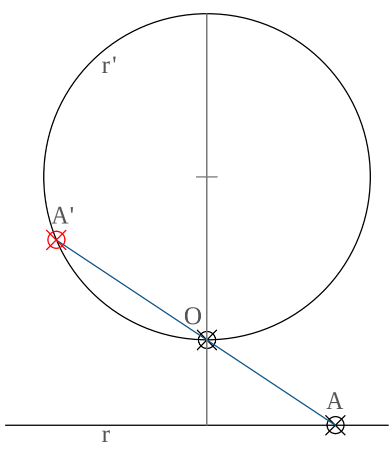
ESQUEMA DE INVERSIÓN NEGATIVA

Dado en los tres casos r, r', O y A. Encuentra el punto A'



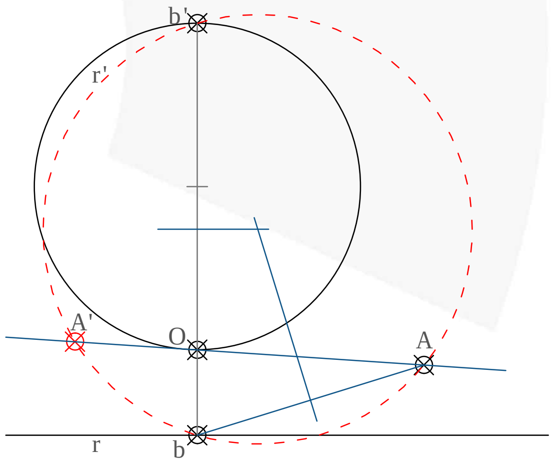
Dado el punto A sobre r'

Encontraremos A' sobre r en la extensión de la recta OA



Dado el punto A sobre r

Encontraremos A' en el corte de la recta OA con r'



Dado el punto A externo

Necesitaremos dos puntos cualquiera inversos auxiliares B y B', es cómodo coger los puntos de la recta perpendicular a r.
Trazamos la circunferencia que pasa por A, B y B' y encontramos A' sobre la recta OA

EJERCICIOS TIPO

1) Encuentra la recta inversa.
2) Inversión de circunferencia que pasa por O
3) Inversión de circunferencia que NO pasa por O

Opción 1) DATOS: centro de homología y dos puntos inversos.
Opción 2) DATOS: centro de homología y circunferencia de autoinversión.

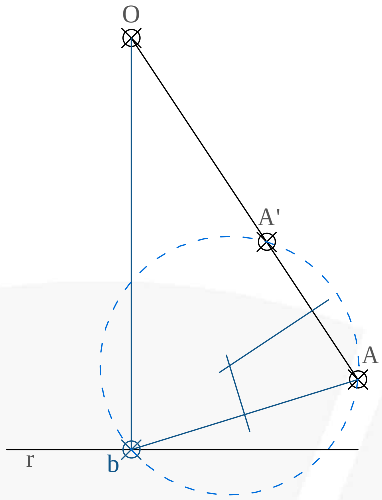
r' ENCUENTRA LA RECTA INVERSA

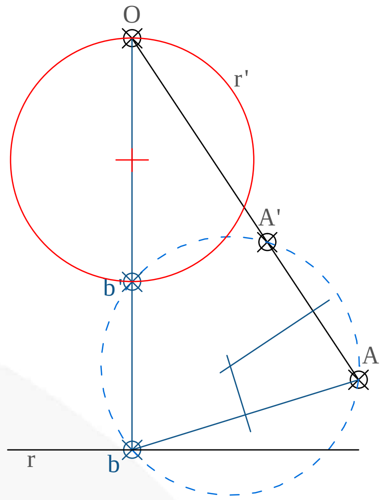
1.1_ Dada la recta r y la inversión definida por el centro O y los puntos A y A', traza r'

Para encontrar la circunferencia r' sabemos que el centro estará en la perpendicular de O a r.

Trazamos esa recta y en la intersección utilizamos b como punto para buscar su inverso (que pertenecerá a la circunferencia)

Con A, A' y b encontramos la circunferencia que pasa por los tres y por b'.
La circunferencia resultante r' pasará por b' y O.





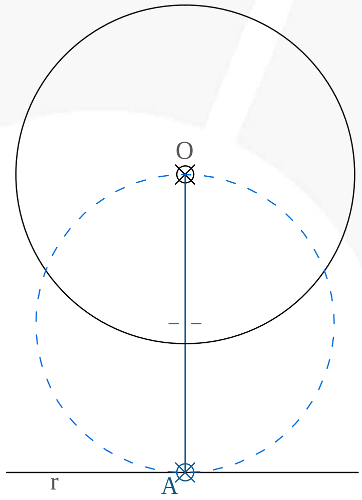
1.2_ Dada la recta r y la inversión definida por el centro O y la circunf. de autoinversión, traza r'

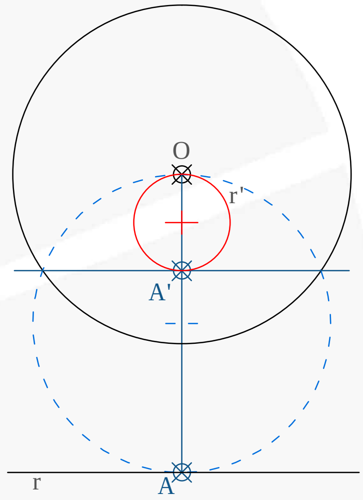
Para encontrar la circunferencia r' sabemos que el centro estará en la perpendicular de O a r.

Trazamos esa recta y en la intersección utilizamos A como punto para buscar su inverso.

Para ello, buscamos la recta polar que nos ayudará a determinar A'

La circunferencia resultante r' pasará por A' y O.





c' ENCUENTRA LA INVERSA DE UNA CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR O

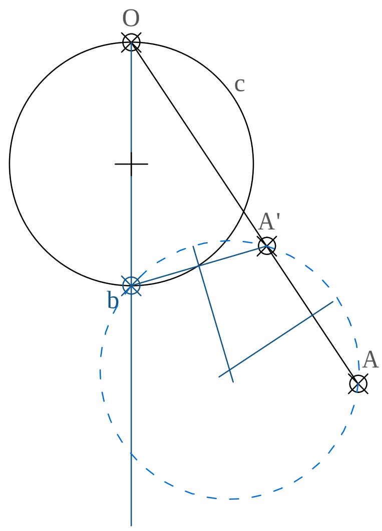
2.1_ Dada la circunferencia c y la inversión definida por el centro O y los puntos A y A', traza c' (la recta inversa)

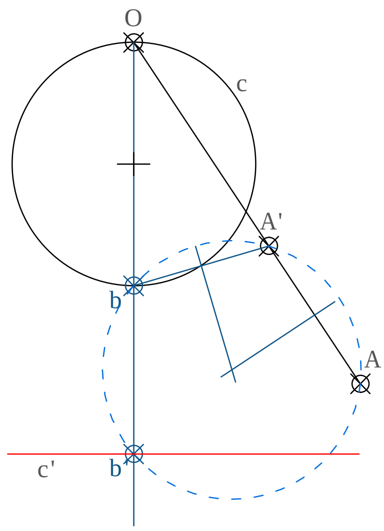
La recta c' sabemos que será perpendicular a la recta que une O con el centro de la circunf. c

Trazamos esa recta y en la intersección utilizamos b como punto para buscar su inverso (que pertenecerá a la recta)

Con A, A' y b encontramos la circunferencia que pasa por los tres y por b'.

La recta c' pasará por b' en perpendicular a la recta Obb'



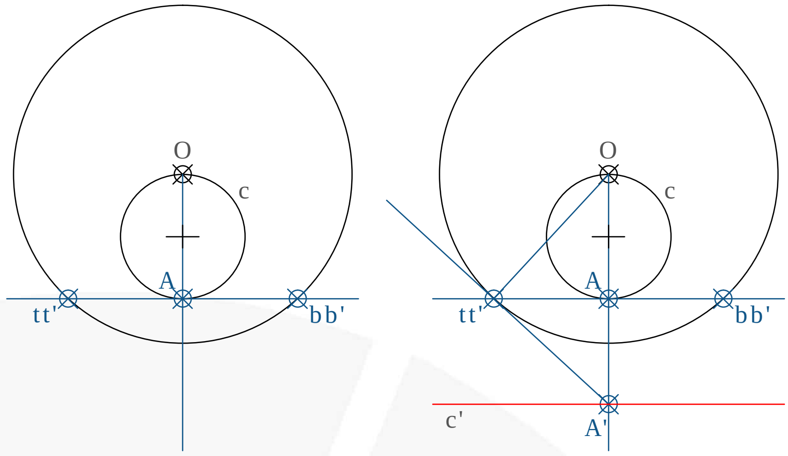


2.2_ Dada la circunferencia c y la inversión definida por el centro O y la circunferencia de autoinversión, traza c'

La recta c' sabemos que será perpendicular a la recta que une O con el centro de la circunf. c
Trazamos esa recta y en la intersección utilizamos A para buscar su inverso.

Se pasa por A la recta polar (en perpendicular a OA).De esta forma encontramos sobre la circunferencia cpd los puntos b-b' y t-t'

Estos, son puntos de tangencia desde el polo exterior (inverso de A) a la cpd. Así que en la perpendicular que los une con el centro y sobre la recta de centros estará A'
La recta c' pasará por A'



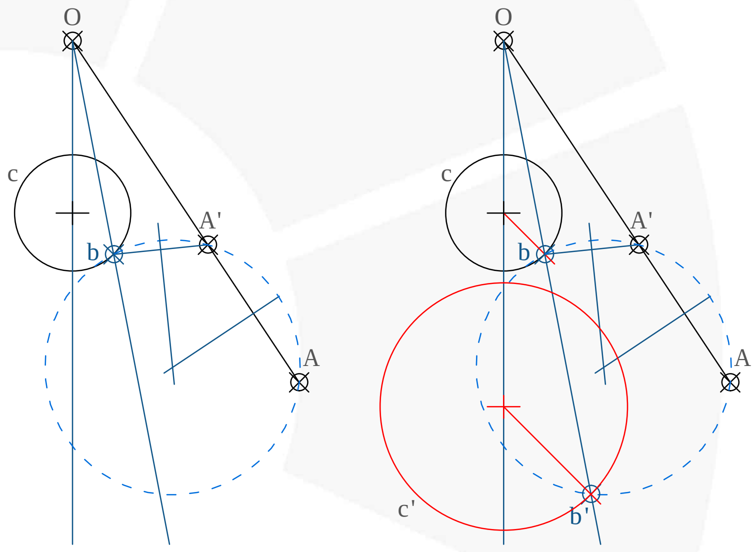
c' ENCUENTRA LA INVERSA DE UNA CIRCUNFERENCIA QUE **NO** PASA POR O

3.1_ Dada la circunferencia c y la inversión definida por el centro O y los puntos A y A', traza c' (la circunferencia inversa)

La circunferencia c' sabemos que cumplirá una relación de homotecia con c, eso quiere decir que sus centros estarán alineados con O y sus rectas tangentes y secantes que pasen por O definirán puntos inversos ambas circunferencias.

Escogemos un punto cualquiera b sobre c y encontramos su inverso b' ayudados de A-A'

Al unir b con el centro de c, trazamos una paralela por b' hasta la línea de centros y encontraremos el centro de c'



3.2_ Dada la circunferencia c y la inversión definida por el centro O y la circunferencia de autoinversión, traza c'

Sabemos que las circunferencias c y c' son homotéticas. Así que en la recta de unión de O con el centro de c encontraremos el centro de c'

Escogemos un punto cualquiera A sobre c y encontramos su inverso A' ayudados de la recta polar, el punto doble t-t' y la perpendicular que en este se genera.
Desde A' se tiene que poder trazar una recta tangente a la cpd y en t-t'

Como son circunferencias homotéticas, el segmento que une el centro de c con A, será paralelo al que une el centro de c' con A'.
Por tanto, en la unión de centros encontramos también el de c'